1. Teorem 2: m öğeli bir kümenin altküme sayısı 2^m'dir.

   Teorem 3: n öğeli bir altkümenin $\binom{n}{k}$ tane k öğeli altkümesi vardır.

   Bu iki teoremi kullanarak, $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k} = 2^n$ olduğunu cebirsel olarak gösteriniz.

2. $0 < x < 1 \wedge n > 0 \quad x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$

   $(1-x)^n \leq 1 - nx + n(n-1)\frac{x^2}{2}$ olduğunu n üzerinden tümevarımla kanıtlayınız.

3. $n > 0 \wedge n \in \mathbb{N}$ için şu eşitlikleri tümevarımla kanıtlayınız:

   $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

   $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots n^3 = (1 + 2 + \cdots n)^2$

   $1^4 + 2^4 + 3^4 + \cdots n^4 = \frac{(6n^5+15n^4+10n^3-n)}{30}$

4. $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$ eşitliğini cebirsel olarak kanıtlayınız.

5. $\sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k} = ?$ Cebirsel olarak hesaplayınız.

6. $\forall x \neq 0 \wedge \forall y \neq 0 \quad x, y \in \mathbb{R}$

   $(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}x^k y^{n-k}$ eşitliğini kanıtlayınız. Bunu kullanarak:

   $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k} = 2^n$;

   $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}2^k = 3^n$

   $\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{k} = 0$

   Eşitliklerini bulunuz.

Nb. En iyi yanıtladığınız 5 soru değerlendirilecektir.